



La Caleta de Interian, SLU

PLB y Análisis de Sensibilidad

Jose Ignacio González Gómez

Departamento de Economía Financiera y Contabilidad - Universidad de La Laguna

www.jggomez.eu

Nombre	Descripción	Tipo PLB-PCE	Base	Informe	Modelo
La Caleta de Interian SA	Maximizar Ingresos y Cuestiones	PL Básica	Cuestiones	SI	Producción

1.1 Enunciado

Una empresa fabricante de papel transforma pulpa de madera en papel para imprenta de 3 calidades: 1er, 2nd y 3er calidad.

Los requerimientos de pulpa para cada uno de los productos y su precio de venta se resumen en el cuadro siguiente:

Requerimientos técnicos y otros datos

Productos Insumos	Papel Calidad 1	Papel Calidad 2	Papel Calidad 3	Máximo dispon.
Tipo V	2,0 tn/ud	2,0 tn/ud	1,0 tn/ud	180,0 tn
Tipo Blanco	1,0 tn/ud	2,0 tn/ud	3,0 tn/ud	120,0 tn
Tipo L	1,0 tn/ud	1,0 tn/ud	2,0 tn/ud	160,0 tn
Precio Unit.	900,0 €/tn	1.000,0 €/tn	1.200,0 €/tn	

Se pide:

1. Formulación algebraica del problema.
2. Responder a las siguientes cuestiones:
 - 2.1. Dentro de que intervalo puede variar el precio del Papel de 1ra Calidad sin modificar la Base Óptima?
 - 2.2. ¿Cual es la nueva Solución Óptima si el precio del Papel de 1ra Calidad cambia a 800 €?
 - 2.3. A que precio debería venderse el Papel de 2nda Calidad para que su producción sea redituable?
 - 2.4. Dentro de que intervalo puede variar la disponibilidad del Pino tipo "V" sin que se modifique la Solución Básica?
 - 2.5. Si se pueden obtener 10 toneladas adicionales del Pino de tipo V, en cuanto mejorará la solución óptima?
 - 2.6. Si los recursos de pulpa son aumentados de 10 toneladas, cual es la nueva solución óptima?
 - 2.7. Cual es la Disposición a Pagar del manager de la Planta por una tonelada adicional de Pino de tipo 'L'?

1.2 Formulación algebraica del problema

$$\text{Max } Z = 900 x_1 + 1000 x_2 + 1200 x_3$$

s. r.

$$\begin{aligned} 2x_1 + 2x_2 + 1x_3 + s_1 &= 180 && \text{Pino V} \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + s_2 &= 120 && \text{Pino Blanco} \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + s_3 &= 160 && \text{Pino T} \end{aligned}$$

$$x_1, x_2, x_3, s_1, s_2, s_3 \geq 0$$

1.3 Planteamiento y Resolución en Excel

1.3.1 Identificación y definición de las Variables de Decisión o Celdas Cambiantes (Changing Cells).

No existe una forma única para colocar los datos de un problema de optimización (o de minimización) en la hoja de cálculo podemos colocarlos como deseemos. No obstante, se ganaría bastante en entendimiento y comprensión si estos se organizan de forma lógica acorde al planteamiento del problema y no con datos dispersos.

En este caso definimos y planteamos el problema (programamos las celdas) especificando en primer lugar las **Variables de Decisión o Celdas Cambiantes (Changing Cells)**.

En nuestro caso (ver Ilustración 1) será el rango B23:D23, es decir las toneladas de papel a producir de cada calidad.

	A	B	C	D	E	F
18	Variables de Decisión		Función Objetivo			
19	Planteamiento del Problema					
20	Planificación de la Producción					
21		Papel	Papel	Papel		
22		Calidad 1	Calidad 2	Calidad 3	Total	
23	Unidades				0,0 tn	
24	Tipo V	0,0 tn	0,0 tn	0,0 tn	0,0 tn	
25	Tipo Blanco	0,0 tn	0,0 tn	0,0 tn	0,0 tn	
26	Tipo L	0,0 tn	0,0 tn	0,0 tn	0,0 tn	
27	Ingresos	0,00 €	0,00 €	0,00 €	0,0 €	
28						
29	Restricciones					
30	<i>Todas las variables deber ser no negativas</i>					
31	Limitación de disponibilidad de Recursos - RESTRICCIONES					
32		Uso	Disponibilidad de Recursos y			Holgura
33	Restricciones	Consumo	Restricciones	RHS (Right Hand Side)		(Slack)
34	Tipo V	0,0 tn	<=	180,0 tn	E24	180,0 tn
35	Tipo Blanco	0,0 tn	<=	120,0 tn	E25	120,0 tn
36	Tipo L	0,0 tn	<=	160,0 tn	E26	160,0 tn

Ilustración 1

1.3.2 Definición y programación de las restricciones, RHS (Right Hand Side)

Una vez programa las celdas principales es conveniente especificar las **Restricciones (Constraints Cells)**. Las restricciones deben caer dentro de ciertos límites o satisfacer los valores objetivos. Se pueden especificar hasta 500 restricciones –dos par cada una de las variables de decisión.

En nuestro caso contamos solamente con tres restricciones relacionadas con la disponibilidad de recursos (insumos) materia prima, variedad de pulpa de madera.

En el lenguaje de la Programación Lineal a esta disponibilidad y restricciones se le identifica con las letras **RHS** (iniciales de Right Hand Side), lado derecho de la desigualdad, es decir D34:D36, celdas con fondo rojo.

1.3.3 Definición y programación de la celda objetivo

Finalmente debemos identificar la celda objetivo, en nuestro caso será E27, es decir la que nos genera mayores ingresos derivados de la producción y venta de las distintas calidades de papel.

Tomando en consideración la formulación algebraica del problema así como el diseño de la hoja de cálculo y programación de las celdas, pasamos a continuación a programar los parámetros del Solver y que nos permitirá alcanzar nuestro objetivo.

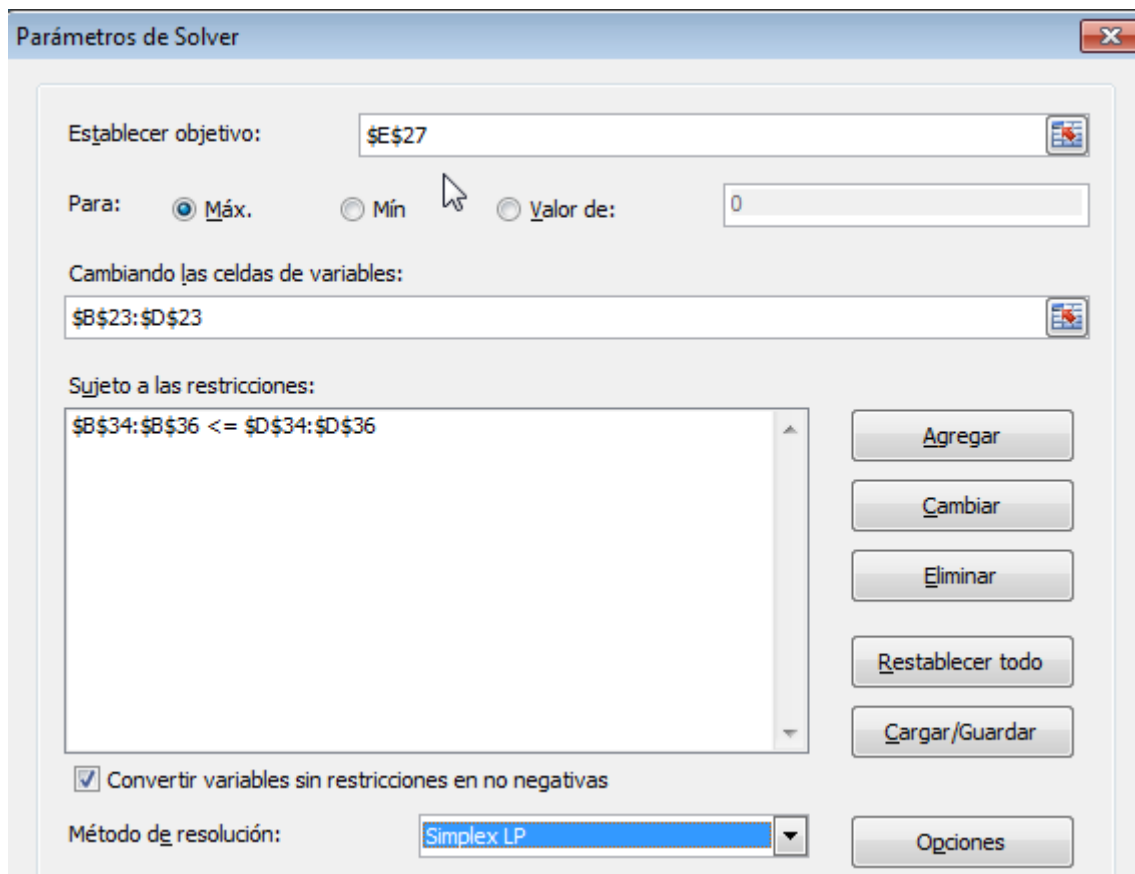


Ilustración 2

En este apartado debemos tomar en consideración el especificar las Restricciones de No negatividad para asegurarse que las celdas cambiantes adopten solo valores no negativos, es decir ≥ 0 . Esta condición tiene su razón de ser pues no se concibe la producción de cantidades negativas de producto.

Pulsando el botón Resolver del formulario anterior (Ilustración 2) accedemos a la resolución del problema.

	A	B	C	D	E	F
18	Variables de Decisión		Función Objetivo			
19	Planteamiento del Problema					
20	Planificación de la Producción					
21		Papel	Papel	Papel		
22		Calidad 1	Calidad 2	Calidad 3	Total	
23	Unidades	84,0 tn	0,0 tn	12,0 tn	96,0 tn	
24	Tipo V	168,0 tn	0,0 tn	12,0 tn	180,0 tn	
25	Tipo Blanco	84,0 tn	0,0 tn	36,0 tn	120,0 tn	
26	Tipo L	84,0 tn	0,0 tn	24,0 tn	108,0 tn	
27	Ingresos	75.600,00 €	0,00 €	14.400,00 €	90.000,0 €	
28						
29	Restricciones					
30	<i>Todas las variables deber ser no negativas</i>					
31	Limitación de disponibilidad de Recursos - RESTRICCIONES					
32	Restricciones	Uso	Disponibilidad de Recursos y			Holgura
33		Consumo	Restricciones	RHS (Right Hand Side)		(Slack)
34	Tipo V	180,0 tn	<=	180,0 tn	E24	0,0 tn
35	Tipo Blanco	120,0 tn	<=	120,0 tn	E25	0,0 tn
36	Tipo L	108,0 tn	<=	160,0 tn	E26	52,0 tn

Ilustración 3

Destacar de la Ilustración 3 que el objetivo se alcanza produciendo y vendiendo 84 toneladas de papel de calidad 1 y 12 toneladas de papel de calidad 3 que reportan unos ingresos totales de 90.000 €

1.4 Análisis de sensibilidad, el informe confidencialidad y respuesta a las cuestiones planteadas

	A	B	C	D	E	F	G	H
6	Celdas de variables							
7				Final	Reducido	Objetivo	Permisible	Permisible
8	Celda	Nombre		Valor	Coste	Coefficiente	Aumentar	Reducir
9	\$B\$23	Unidades Papel Calidad 1	84	0	900	1500	250	
10	\$C\$23	Unidades Papel Calidad 2	0	-200	1000	200	1E+30	
11	\$D\$23	Unidades Papel Calidad 3	12	0	1200	1500	500	
12								
13	Restricciones							
14			Final	Sombra	Restricción	Permisible	Permisible	
15	Celda	Nombre	Valor	Precio	Lado derecho	Aumentar	Reducir	
16	\$B\$34	Tipo V Uso Consumo	180	300	180	60	140	
17	\$B\$35	Tipo Blanco Uso Consumo	120	300	120	86,66666667	30	
18	\$B\$36	Tipo L Uso Consumo	108	0	160	1E+30	52	
19								

Ilustración 4

¿Dentro de que intervalo puede variar el precio del Papel de 1ra Calidad sin modificar la Base Optima?

Tal y como se muestra en el informe de sensibilidad este podrá variar en el intervalo $[900-250; 900+1500] = [650; 2400]$

¿Cual es la nueva Solución Optima si el precio del Papel de 1ra cambia a 800 €?

Como esta dentro del intervalo anterior $[650;2400]$,

$c_1 = 800 \rightarrow \in \in [650; 2400] \rightarrow$ tenemos la misma solución óptima

$$Z = 800(84) + 1000(0) + 1200(12)$$

¿A que precio debería venderse el Papel de 2da Calidad para que su producción sea rentable?

Si el precio del papel de calidad media que es actualmente 1.000 €/tn esta por debajo de (\leq) 1.200, en este caso mantenemos la solución óptima que actual que es no producir ninguna tonelada.

Sin embargo si el precio es mayor de 1.200 deberemos recalcular la solución óptima.

El precio de la Calidad Media (c_2) debe ser superior a 1.200 € para que su producción sea rentable.

¿Dentro de que intervalo puede variar la disponibilidad del Pino tipo "V" sin que se modifique la Solución Básica?

Tal y como se muestra en el informe de sensibilidad esta podrá variar en el intervalo $[180-140; 180+60] = [40 \text{ tn}; 240 \text{ tn}]$

Si se pueden obtener 10 toneladas adicionales del Pino de tipo V, ¿en cuanto mejorará la solución óptima?

El rango de factibilidad para el insumo Pino V es de $(180-140 ; 180+60)$ lo que da el rango $(40; 240)$ tn de intervalo por lo cual 190 estaría dentro del rango y no cambiaría la solución óptima. Entonces dado que el precio sombra y^* de Pino tipo "V" es 300, o sea que si aumento en una tonelada más este recurso la FO cambiará su valor en 300×1 más. Por lo cual si aumento éste recurso en 10 toneladas la FO cambiará su valor en $300 \times 10 = 3000$ más.

Si los recursos de pulpa son aumentados de 10 toneladas, cual es la nueva solución óptima?

Como el incremento de 10 toneladas de la disponibilidad de pulpa de pino tipo "V" está dentro del rango de factibilidad hallado anteriormente podemos concluir que $Z^* = 90.000 + 3.000$, éste último hallado en el punto anterior.

Cual es la Disposición a Pagar del manager de la Planta por una tonelada adicional de Pino de tipo 'L'?

La disposición a pagar por una tonelada adicional de Pino de tipo "L" es de cero dado que el precio sombra de este recurso tiene valor cero, $y^* = 0$

sombra de este recurso tiene valor cero, $y^* = 0$

1.5 Resto de informes del Solver

1.5.1 Informe de Responder o Respuesta.

	A	B	C	D	E	F	G
4	Resultado: Solver encontró una solución. Se cumplen todas las restricciones y condiciones óptimas.						
5	Motor de Solver						
6	Motor: Simplex LP						
7	Tiempo de la solución: 0,031 segundos.						
8	Iteraciones: 2 Subproblemas: 0						
9	Opciones de Solver						
10	Tiempo máximo Ilimitado, Iteraciones Ilimitado, Precision 0,000001, Usar escala automática						
11	Máximo de subproblemas Ilimitado, Máximo de soluciones de enteros Ilimitado,						
12	Tolerancia de enteros 1%, Asumir no negativo						
13							
14	Celda objetivo (Máx.)						
15	<u>Celda</u>		<u>Nombre</u>	<u>Valor original</u>	<u>Valor final</u>		
16	\$E\$27		Ingresos Total	0,0 €	90.000,0 €		
17							
18							
19	Celdas de variables						
20	<u>Celda</u>	<u>Nombre</u>	<u>Valor original</u>	<u>Valor final</u>	<u>Entero</u>		
21	\$B\$23	Unidades Papel Calidad 1	0,0 tn	84,0 tn	Continuar		
22	\$C\$23	Unidades Papel Calidad 2	0,0 tn	0,0 tn	Continuar		
23	\$D\$23	Unidades Papel Calidad 3	0,0 tn	12,0 tn	Continuar		
24							
25							
26	Restricciones						
27	<u>Celda</u>	<u>Nombre</u>	<u>Valor de la celda</u>	<u>Fórmula</u>	<u>Estado</u>	<u>Demora</u>	
28	\$B\$34	Tipo V Uso Consumo	180,0 tn	\$B\$34<=\$D\$34	Vinculante	0	
29	\$B\$35	Tipo Blanco Uso Consumo	120,0 tn	\$B\$35<=\$D\$35	Vinculante	0	
30	\$B\$36	Tipo L Uso Consumo	108,0 tn	\$B\$36<=\$D\$36	No vinculante	52	

Ilustración 5

1.5.2 Informe de Límite .Glosario de términos y conceptos asociados

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
6	Objetivo										
7	<u>Celda</u>	<u>Nombre</u>	<u>Valor</u>								
8	\$E\$27		Ingresos Total	90.000,0 €							
9											
10											
11	<u>Variable</u>			<u>Inferior</u>	<u>Objetivo</u>	<u>Superior</u>	<u>Objetivo</u>				
12	<u>Celda</u>	<u>Nombre</u>	<u>Valor</u>	<u>Límite</u>	<u>Resultado</u>	<u>Límite</u>	<u>Resultado</u>				
13	\$B\$23	Unidades Papel Calidad 1	84,0 tn	0,0 tn	14.400,0 tn	84,0 tn	90.000,0 tn				
14	\$C\$23	Unidades Papel Calidad 2	0,0 tn	0,0 tn	90.000,0 tn	0,0 tn	90.000,0 tn				
15	\$D\$23	Unidades Papel Calidad 3	12,0 tn	0,0 tn	75.600,0 tn	12,0 tn	90.000,0 tn				
16											

Ilustración 6